

BRDF Viewer

Documentation technique

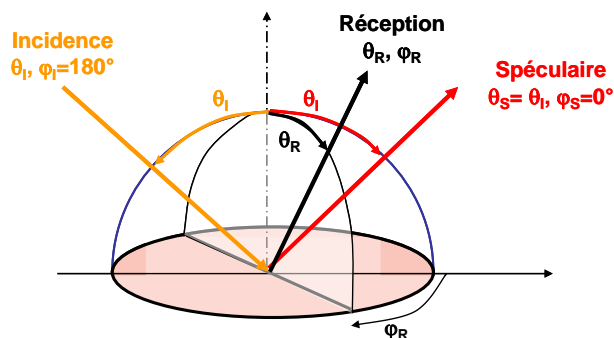
BRDF Viewer est un outil permettant de visualiser la BRDF produite par différents modèles analytiques existants dans la littérature. Plusieurs modes de visualisation sont proposés, et l'interface permet de modifier de manière interactive l'angle d'incidence et les paramètres des modèles.

Représentations de la BRDF	1
Modèles de BRDF	3
Lambert	3
Blinn-Phong « modifié »	4
Cook-Torrance	5
Oren-Nayar	7
Exemples de comparaison entre modèles	8
Partie diffuse	8
Partie spéculaire	9

Représentations de la BRDF

La BRDF (acronyme anglais pour Bidirectional Reflectance Distribution Function) décrit la répartition angulaire dans un demi-espace de la lumière diffusée par un objet. Cette fonction est définie comme le rapport entre la luminance émise par l'objet dans une direction \mathbf{R} et l'éclairement provenant d'une direction d'incidence \mathbf{I} données. Elle est exprimée en inverse de stéradians (sr^{-1}) :

$$\text{BRDF}(\mathbf{I}, \mathbf{R}) = \frac{dL(\mathbf{I}, \mathbf{R})}{dE(\mathbf{I})}$$



Par définition, la BRDF est positive et peut prendre localement des valeurs plus grandes que 1. La conservation de l'énergie impose que, quelle que soit la direction d'incidence \mathbf{I} ,

$$\int_{1/2\text{espace}} \text{BRDF}(\mathbf{I}, \mathbf{R}) \cos \theta_{\mathbf{R}} d\omega_{\mathbf{R}} \leq 1$$

La BRDF dépend donc de 4 paramètres angulaires $(\theta_{\mathbf{I}}, \varphi_{\mathbf{I}})$ pour la direction d'incidence \mathbf{I} et $(\theta_{\mathbf{R}}, \varphi_{\mathbf{R}})$ pour la direction de réflexion \mathbf{R} .

Dans *BRDF viewer*, $\varphi_{\mathbf{I}}$ est fixé à 180° et $\theta_{\mathbf{I}}$ est choisi par l'utilisateur entre 0° et 90° par pas de 1° . La direction de réflexion \mathbf{R} est étudiée sur l'hémisphère supérieur :

$$0^\circ \leq \theta_{\mathbf{R}} \leq 90^\circ \text{ et } -180^\circ \leq \varphi_{\mathbf{R}} \leq 180^\circ$$

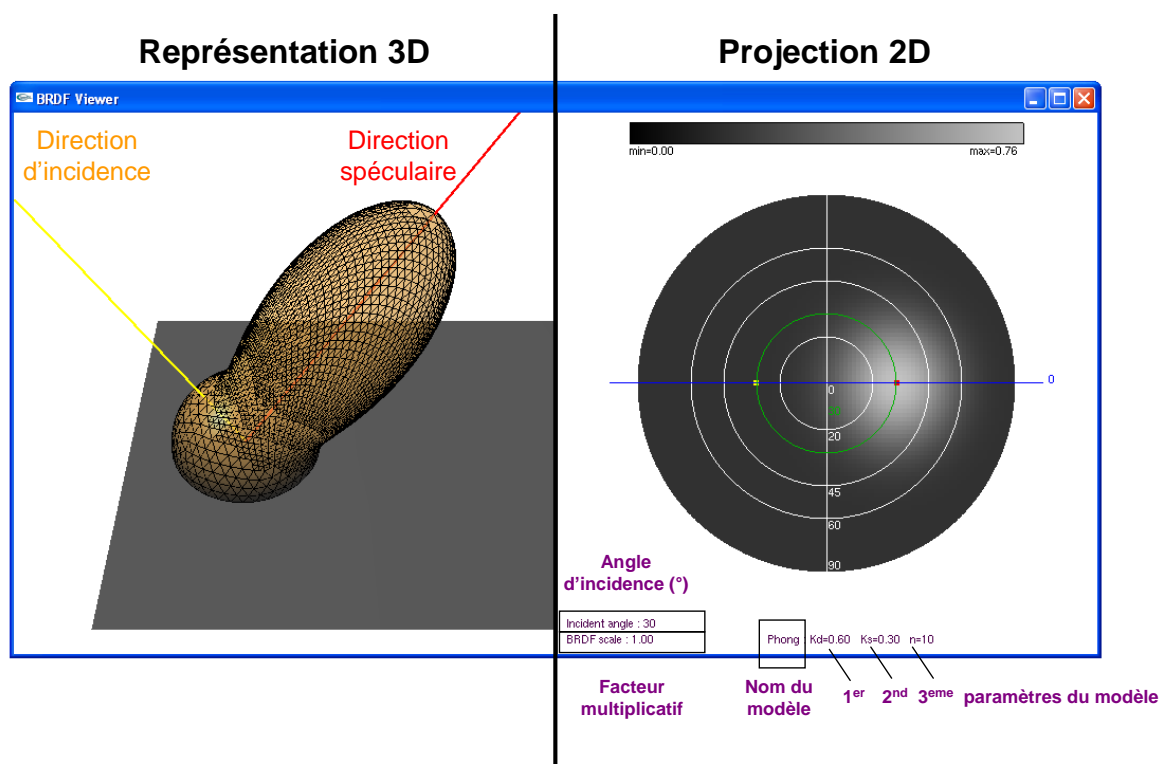
Le volume photométrique peut être représenté de deux manières :

- en 3D : pour chaque direction de réflexion est représentée l'amplitude de la BRDF dans cette direction.
- en 2D : l'amplitude de la BRDF est représentée en niveau de gris, avec une projection azimutale équivalente de Lambert :

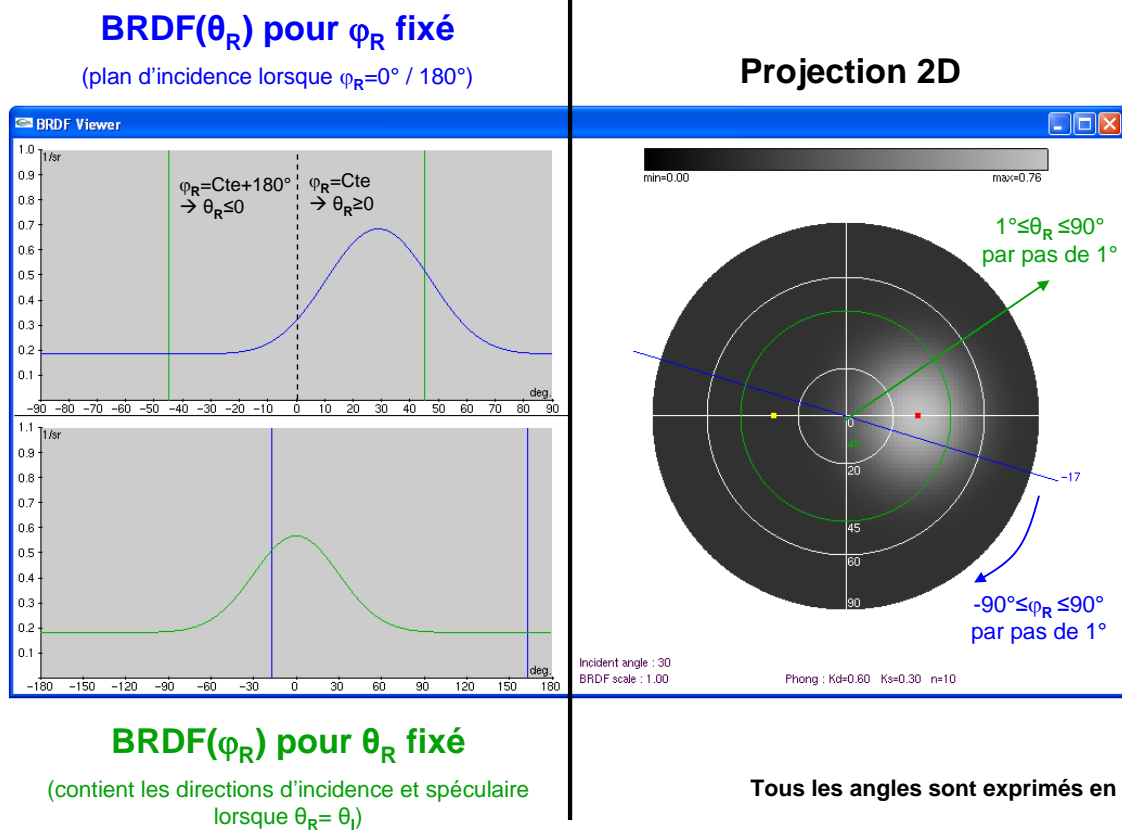
$$\begin{cases} u = 2 \sin(\theta_{\mathbf{R}} / 2) \cos \varphi_{\mathbf{R}} \\ v = 2 \sin(\theta_{\mathbf{R}} / 2) \sin \varphi_{\mathbf{R}} \end{cases}$$

Cette projection conserve l'azimut $\varphi_{\mathbf{R}}$ et conserve localement les angles solides, c'est-à-dire qu'une aire élémentaire sur cette projection correspond à un angle solide élémentaire.

En outre, pour pouvoir représenter la BRDF, la discrétisation de cette dernière est nécessaire. Elle est faite ici selon un maillage hiérarchique sur la base d'un découpage icosaédrique.



Deux affichages en coupe dans le volume photométrique sont également proposés par le programme :



Modèles de BRDF

Voici les modèles actuellement implémentés :

Lambert

Le modèle le plus simple (BRDF constante) permet de simuler des matériaux mats. Il doit son nom au père de la photométrie

$$\text{BRDF}(\mathbf{I}, \mathbf{R}) = \frac{K_d}{\pi}$$

1^{er} paramètre : K_d , réflectance diffuse ($0 \leq K_d \leq 1$)

Références :

J.H. Lambert, *Photometria sive de mensura de gratibus luminis, colorum umbrae*. (Eberhard Klett, 1760).

Blinn-Phong « modifié »

Ce modèle ajoute à la composante Lambertienne un lobe spéculaire décrit de manière empirique, avec tout de même le respect des lois de réciprocité et de conservation énergétique.

$$\text{BRDF}(\mathbf{I}, \mathbf{R}) = \frac{K_d}{\pi} + \frac{n+2}{2\pi} K_s (\mathbf{S} \cdot \mathbf{R})^n$$

1^{er} paramètre : K_d , réflectance diffuse ($0 \leq K_d \leq 1$)

2nd paramètre : K_s , réflectance spéculaire ($0 \leq K_s \leq 1$)

3^{ème} paramètre : n , forme du lobe spéculaire (plus n est grand, plus le pic est haut et fin).

La conservation de l'énergie impose la condition supplémentaire : $0 \leq K_d + K_s \leq 1$

Références :

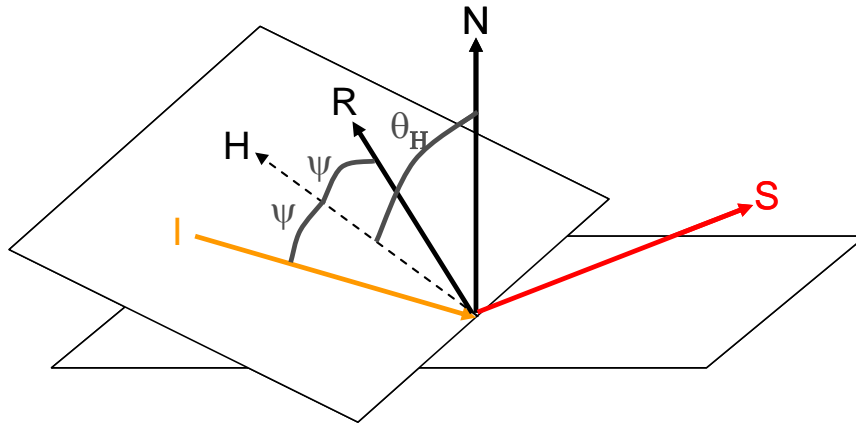
B. T. Phong, *Illumination for computer generated pictures*, Communications of ACM **18** (1975) 311–317.

J.F. Blinn, *Models of light reflection for computer synthesized pictures*, SIGGRAPH'77 Proc. 4th annual conference on computer graphics and interactive techniques (1977) 192-198.

R.R. Lewis, *Making shaders more physically plausible*, In 4th Eurographics Workshop on Rendering, (1993) 47-62.

Cook-Torrance

Le modèle de Cook-Torrance considère une distribution de microfacettes spéculaires en réflectance. On introduit la direction \mathbf{H} , bissectrice entre la direction d'incidence \mathbf{I} et la direction de réception \mathbf{R} . \mathbf{N} est la normale à l'échantillon.



La description du lobe spéculaire se décompose en trois facteurs :

- Une fonction de distribution des normales des microfacettes

Une distribution de Beckmann est choisie :

$$D = \frac{\exp(-\tan^2 \theta_H / m^2)}{\pi m^2 \cos^4 \theta_H}$$

avec $\theta_H = \arccos(\mathbf{H} \cdot \mathbf{N})$ et m , paramètre décrivant la rugosité.

- Le coefficient de Fresnel

On définit le coefficient de Fresnel F_0 en incidence normale. Il peut être relié à l'indice de réfraction n , supposé réel, du matériau.

$$F_0 = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2$$

Le coefficient de Fresnel F (lumière non polarisée) peut ensuite être calculé pour n'importe quelle incidence :

$$F = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{n^2 \cos \psi - \sqrt{n^2 - \sin^2 \psi}}{n^2 \cos \psi + \sqrt{n^2 - \sin^2 \psi}} \right)^2 + \left(\frac{\cos \psi - \sqrt{n^2 - \sin^2 \psi}}{\cos \psi + \sqrt{n^2 - \sin^2 \psi}} \right)^2 \right)$$

avec $\psi = \arccos(\mathbf{H} \cdot \mathbf{I})$

NB : l'hypothèse d'un indice de réfraction réel exclut la représentation des BRDF de surfaces métalliques. En outre, bien que F_0 puisse potentiellement prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1, des valeurs réalistes pour des isolants seront comprises entre 0 ($n=1$ pour l'air) et environ 0.25 ($n=3$ pour

l'oxyde de titane). Une valeur typique est $F_0=0.04$ ($n=1.5$ pour le verre, le plastique...).

○ Un facteur d'atténuation géométrique

Ce facteur décrit l'auto-ombrage de la lumière incidente et l'auto-masquage de la lumière réfléchiée par les microfacettes (en supposant la surface composée de cavités symétriques en V de grande longueur).

$$G = \text{Max} \left[0, \text{Min} \left[1, \frac{2 \cos \theta_I \cos \theta_N}{\cos \psi}, \frac{2 \cos \theta_R \cos \theta_N}{\cos \psi} \right] \right]$$

La BRDF représentée est ici la superposition d'une partie diffuse Lambertienne et du lobe spéculaire précédemment décrit.

$$\text{BRDF}(\mathbf{I}, \mathbf{R}) = \frac{K_d}{\pi} + \frac{F.D.G}{4 \cos \theta_I \cos \theta_R}$$

1^{er} paramètre : K_d , réflectance diffuse ($0 \leq K_d \leq 1$)

2nd paramètre : F_0 , coefficient de Fresnel en incidence normale ($0 \leq F_0 \leq 1$)

3^{ème} paramètre : m , paramètre décrivant la rugosité de la surface

Références :

K.E. Torrance, E.M. Sparrow, *Theory for Off-Specular Reflection from Roughened Surfaces*, J. Opt. Soc. Am. A **9** (1967) 1105-1114.

R. Cook, K. Torrance, *A reflectance model for computer graphics*, Computer Graphics (SIGGRAPH '81 Proceedings) **15** (1981) 301–316.

Oren-Nayar

Le modèle d'Oren-Nayar considère une distribution de microfacettes Lambertiennes en réflectance. Une distribution Gaussienne des microfacettes, d'écart-type σ , est utilisée :

$$P = C \exp(-\theta_H^2 / 2\sigma^2)$$

NB : cette distribution P correspond à la portion de la surface occupée par des facettes d'orientation donnée. Elle est reliée à la distribution D utilisée dans le modèle de Cook-Torrance par la relation $P = D \cos \theta_H$.

Une fonction d'atténuation géométrique est prise en compte (en supposant, comme le modèle de Cook-Torrance, la surface composée de cavités symétriques en V de grande longueur) :

$$G = \text{Max} \left[0, \text{Min} \left[1, \frac{2 \cos \theta_I \cos \theta_N}{\cos \psi_I}, \frac{2 \cos \theta_R \cos \theta_N}{\cos \psi_R} \right] \right]$$

$$\text{avec } \psi_I = \arccos(\mathbf{H} \cdot \mathbf{I}) \text{ et } \psi_R = \arccos(\mathbf{H} \cdot \mathbf{R})$$

NB : contrairement au modèle de Cook-Torrance, les microfacettes ne sont pas spéculaires et donc $\psi_I \neq \psi_R$

Oren et Nayar ont proposé une solution formelle qui nécessite d'intégrer les directions des normales des microfacettes sur un demi-espace. Cette intégrale étant difficile à évaluer, les auteurs ont aussi proposé une expression approchée qui, qualitativement, rend compte des principales caractéristiques du modèle formel.

On pose :

$$\alpha = \max(\theta_I, \theta_R) \quad \beta = \min(\theta_I, \theta_R)$$

$$A = 1 - 0.5 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33} \quad B = 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}$$

$$C_1 = A$$

$$\begin{cases} C_2 = B \sin \alpha & \text{si } \cos(\varphi_R - \varphi_I) \geq 0 \\ C_2 = B \left(\sin \alpha - \left(\frac{2\beta}{\pi} \right)^3 \right) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$C_3 = 0.125B \left(\frac{4\alpha\beta}{\pi^2} \right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{BRDF}(\mathbf{I}, \mathbf{R}) = & \frac{K_d}{\pi} \left(C_1 + C_2 \cos(\varphi_R - \varphi_I) \tan \beta + C_3 (1 - |\cos(\varphi_R - \varphi_I)|) \tan \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \\ & + 0.17 \frac{K_d^2}{\pi} \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.13} \left(1 - \cos(\varphi_R - \varphi_I) \left(\frac{2\beta}{\pi} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

Le premier terme tient compte de la lumière diffusée après une seule réflexion sur les microfacettes, le deuxième terme tient compte de la lumière diffusée après deux réflexions sur les microfacettes.

1^{er} paramètre : K_d , réflectance diffuse de chaque microfacette ($0 \leq K_d \leq 1$)

2nd paramètre : σ , paramètre de rugosité

NB : Dans les logiciels de rendu d'images, le modèle d'Oren-Nayar est souvent implémenté avec une approximation plus drastique :

$$\text{BRDF}(\mathbf{I}, \mathbf{R}) = \frac{K_d}{\pi} \left(A + B \max(0, \cos(\varphi_R - \varphi_I)) \sin \alpha \tan \beta \right)$$

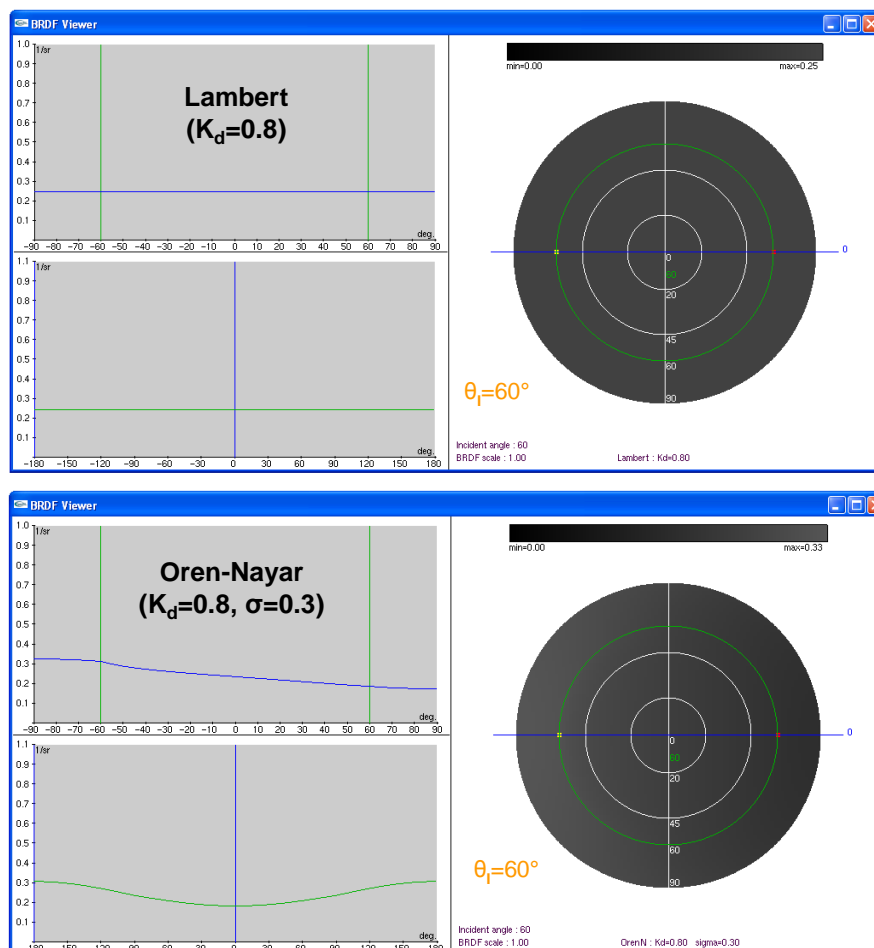
Références :

M. Oren, S.K. Nayar, *Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision*, Int. J. Comput. Vision **14** (1995) 227-251.

Exemples de comparaison entre modèles

Partie diffuse

Bien que très utilisé, le modèle de Lambert est peu réaliste pour des incidences rasantes. D'une part, même pour des matériaux très mats, un pic spéculaire est alors souvent présent. D'autre part, afin d'atténuer cette réflexion spéculaire, un matériau mat présente a priori une interface plutôt rugueuse. Le modèle d'Oren-Nayar montre que la rugosité modifie la distribution de la lumière diffusée privilégiant les directions proches de l'incidence au détriment des directions proches du spéculaire.

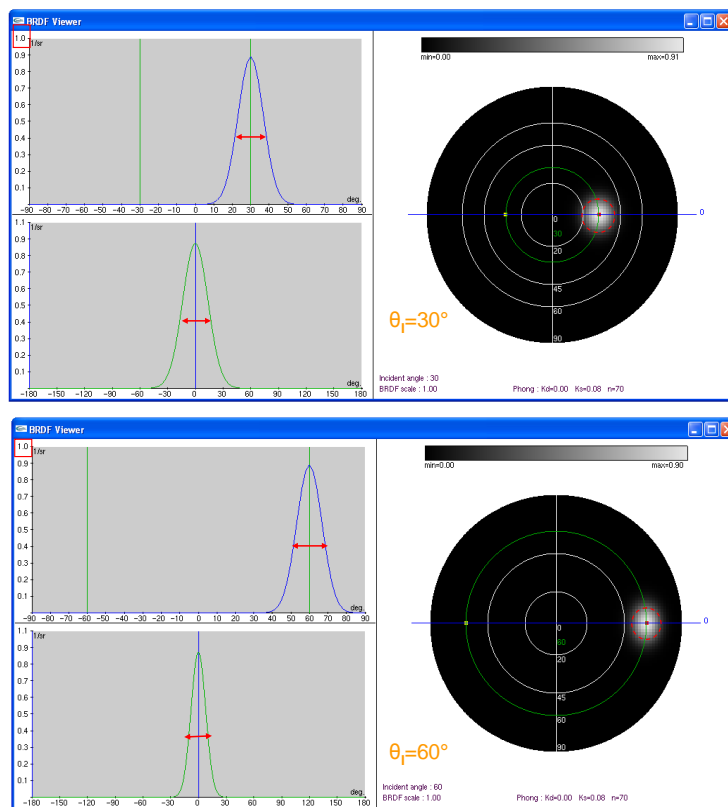


Partie spéculaire

Le modèle de Phong est très populaire en synthèse d'image car il permet de simuler très simplement/rapidement des objets brillants. Cependant, il présente quelques incohérences dans la description du pic spéculaire que souligne, par comparaison, le modèle de Cook-Torrance :

- Conséquence de Fresnel, lorsque l'angle d'incidence augmente, le pic augmente (surtout pour les angles rasants à partir de 50°), il devient asymétrique et peut être décalé au-delà de la direction spéculaire (les angles les plus rasants ayant, en quelque sorte, plus de poids sur la BRDF).
- La construction géométrique montre que, lorsque l'angle d'incidence augmente, le pic spéculaire a une largeur constante dans le plan d'incidence mais diminue (en cosinus de l'angle d'incidence) dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence.

Modèle de Phong
($K_d=0$, $K_s=0.08$, $n=70$)



Modèle de Cook-Torrance
($K_d=0$, $F_0=0.04$, $m=0.07$)

